



# ASSOCIAZIONE MONTE TABOR

---

ENTE RICONOSCIUTO D.P.R. 115 COD. FISC. E P. IVA 03271350153

LICEO SCIENTIFICO SAN RAFFAELE

## PROGRAMMA PREVENTIVO

**Materia:** Matematica

**Classe:** V Liceo Scientifico

**Docente:** Maria Lucente Ballabio

**Anno scolastico:** 2024/2025

**Libro di testo adottato:**

Colori della Matematica edizione BLU - Moduli **G, H, I, E, F** - Sasso, Zanone; Ed. Petrini

### OBIETTIVI

- Sviluppo di una buona padronanza del linguaggio matematico proprio della disciplina.
- Apprendimento dei principali concetti del calcolo infinitesimale.
- Consolidamento della capacità di dimostrare semplici proposizioni di analisi.
- Sviluppo della capacità di rappresentare graficamente funzioni reali di variabile reale a partire dall'espressione analitica così come della capacità di dedurre, a partire dal grafico, caratteristiche e proprietà di una funzione.
- Consolidamento di una modalità procedurale di tipo deduttivo propria della disciplina.
- Capacità di rappresentare fenomeni di varia natura tramite funzioni.
- Apprendimento dei principali elementi della geometria analitica nello spazio.
- Individuazione di strategie appropriate per la risoluzione di problemi.

### SINTESI DEI CONTENUTI

#### I) ANALISI MATEMATICA

Richiami (funzioni reali di variabile reale): definizione di funzione, dominio, codominio (insieme immagine), segno. Funzioni pari e dispari. Funzioni crescenti e decrescenti. Funzione periodica. Funzione iniettiva, suriettiva, biunivoca. Invertibilità e funzione inversa. Funzione composta. Grafici delle funzioni elementari: potenza, radice, esponenziale, logaritmica, funzioni goniometriche. Deduzione del grafico di una funzione ottenuta da una funzione elementare mediante trasformazioni nel piano (traslazioni, dilatazioni, simmetrie, reciproco). Valore assoluto di una funzione.

Richiami (topologia della retta): insieme dei numeri reali. Sottoinsiemi di  $\mathbb{R}$  (intervalli). Concetto di intorno di un punto. Punti isolati e punti di accumulazione. Significato geometrico di infinito. Estremo superiore ed estremo inferiore di un sottoinsieme di numeri reali, massimi e minimi. Applicazioni alle funzioni reali di variabile reale.



Limiti: concetto di limite, definizione di limite nelle diverse tipologie. Verifica dei limiti tramite definizione. Teoremi sui limiti: unicità del limite, permanenza del segno, confronto. Algebra dei limiti. Forme di indecisione di funzioni algebriche polinomiali, razionali fratte, irrazionali. Limiti notevoli. Forme di indecisione di limiti: notevoli, di funzioni trascendenti, di funzioni della forma  $f(x)^{g(x)}$ , di funzioni esponenziali e logaritmiche. Infinitesimi e infiniti. Gerarchie di infiniti e di infinitesimi.

- **Studio di funzione**

Funzioni continue: continuità di una funzione in un punto, in un intervallo, nel dominio. Continuità e operazioni tra funzioni. Continuità e funzione inversa: condizione di invertibilità per funzioni continue. Continuità e funzione composta. Teoremi sulle funzioni continue: esistenza degli zeri, Weierstrass, valori intermedi (Darboux). Punti di discontinuità/singolari: definizione, classificazione e studio. Asintoti orizzontali e verticali (richiamo). Asintoti obliqui: esistenza e calcolo. Grafico probabile di una funzione.

Derivata di una funzione: significato geometrico del concetto di derivata. Rapporto incrementale. Definizione di derivata in un punto. Derivabilità in un punto, in un intervallo. Derivata destra e derivata sinistra. Continuità e derivabilità. Funzione derivata. Derivate successive. Monotonia e derivata prima: punti stazionari, flessi a tangente orizzontale. Derivate delle funzioni elementari: funzione costante, funzione potenza, funzioni esponenziale e logaritmica, funzioni seno e coseno. Algebra delle derivate: linearità della derivata, derivata del prodotto/quotiente di due funzioni, derivata della funzione reciproca. Derivata della funzione composta, della funzione inversa. Derivate delle funzioni goniometriche inverse. Punti di non derivabilità: definizione, classificazione e studio. Criterio di derivabilità: limite della derivata. Applicazioni geometriche del concetto di derivata: retta tangente ad una curva, tangenza tra due curve. Concavità e derivata seconda.

- **Calcolo differenziale**

Funzioni derivabili: teoremi di Fermat, di Rolle e di Lagrange. Estremanti: punti di massimo e minimo relativi ed assoluti, massimi e minimi relativi ed assoluti. Punti stazionari: analisi dei punti stazionari in base a derivata prima e in base alla derivata seconda. Massimo e minimo assoluto di una funzione continua in un intervallo chiuso e limitato ed in un intervallo non chiuso e non limitato. Criterio di monotonia per le funzioni derivabili (crescenza/decrecenza). Concavità e convessità: definizione di funzione concava e di funzione convessa. Convessità e derivata seconda: punti di flesso con classificazione. Teoremi di Cauchy e di De l'Hôpital. Problemi di massimo e minimo.

Sintesi dello studio di funzione: schema generale per funzioni algebriche/trascendenti. Rappresentazione grafica di una funzione. Passaggio dal grafico di una funzione al grafico della funzione derivata (prima e seconda) e viceversa.

Approssimazione delle radici di un'equazione (opzionale): metodo di bisezione, metodo delle tangenti (Newton), metodo delle secanti (Lagrange).



# ASSOCIAZIONE MONTE TABOR

---

ENTE RICONOSCIUTO D.P.R. 115 COD. FISC. E P. IVA 03271350153

LICEO SCIENTIFICO SAN RAFFAELE

- **Calcolo integrale**

Integrali indefiniti: definizione di primitiva di una funzione. Concetto e definizione di integrale indefinito. Linearità dell'integrale indefinito. Tecniche di integrazione: per sostituzione, integrazione per parti. Integrale di una funzione composta. Integrale di una funzione razionale fratta. Integrali notevoli.

Integrali definiti: concetto e definizione di integrale definito. Limite della somma di Riemann: interpretazione geometrica dell'integrale definito. Linearità dell'integrale definito. Funzione integrale. Teorema fondamentale del calcolo (Torricelli-Barrow). Criteri di integrabilità. Teorema della media integrale. Integrali impropri limitati ed illimitati. Applicazioni geometriche degli integrali definiti: calcolo di aree e calcolo di volumi di solidi di rotazione.

- **Equazioni differenziali (opzionale)**

Equazioni differenziali del primo ordine: lineari, a variabili separabili. Equazioni differenziali del secondo ordine: omogenee e non omogenee. Problema di Cauchy.

## II) PROBABILITÀ

Richiami: spazio campionario, eventi, definizioni di probabilità. Evento contrario, eventi equiprobabili, eventi dipendenti/indipendenti, eventi compatibili/incompatibili. Operazioni tra eventi: somma logica, prodotto logico. Teorema di Bayes: probabilità condizionata. Formula di Bayes.

Distribuzioni di probabilità: variabili aleatorie e distribuzioni. Distribuzioni discrete: distribuzione binomiale (Bernoulli), distribuzione di Poisson. Distribuzioni continue: uniforme, esponenziale, normale. Media, varianza e deviazione standard delle distribuzioni di probabilità.

## III) GEOMETRIA ANALITICA NELLO SPAZIO

Spazio: sistema di riferimento cartesiano e coordinate nello spazio. Distanza tra due punti e punto medio di un segmento.

Vettori: componenti di un vettore. Condizione di parallelismo e perpendicolarità tra vettori. Operazioni tra vettori: somma, differenza, multiplo, prodotto scalare e prodotto vettoriale. Enti geometrici nello spazio riferito ad un sistema di riferimento cartesiano.

Piano: equazione di un piano nello spazio, passante per un punto di dato vettore normale. Condizioni di parallelismo, perpendicolarità e posizioni reciproche tra piani. Distanza di un punto da un piano.

Retta: equazione di una retta nello spazio, passante per un punto di dato vettore direzione. Equazioni parametriche: retta passante per due punti. Condizioni di parallelismo, perpendicolarità e posizioni



# ASSOCIAZIONE MONTE TABOR

---

ENTE RICONOSCIUTO D.P.R. 115 COD. FISC. E P. IVA 03271350153

LICEO SCIENTIFICO SAN RAFFAELE

reciproche tra rette. Posizioni reciproche tra retta e piano, determinazione punti di intersezione. Distanza di un punto da una retta e da un piano.

Sfera e superficie sferica: equazione di una superficie sferica dati centro e raggio. Equazione cartesiana. Posizioni reciproche tra sfera e piano, sfera e retta.

## **METODI E STRUMENTI**

- Lezioni frontali basate sul dialogo con lo studente, volte a consolidare le conoscenze, abilità e competenze necessarie allo sviluppo di una buona padronanza della materia, in un'ottica di miglioramento della capacità di scegliere strategie adeguate alla risoluzione dei problemi.
- Esercitazioni autonome, a piccoli gruppi e condivise in classe.

## **CRITERI DI VERIFICA E DI VALUTAZIONE**

- Prove scritte: verifica delle conoscenze, abilità e competenze raggiunte nella materia tramite la risoluzione di esercizi/quesiti di diversa difficoltà e tipologia.
- Prove orali: verifica delle conoscenze e competenze acquisite, della capacità di ragionamento logico sviluppata e del corretto utilizzo del linguaggio matematico.

Milano, 30/09/2024

La Docente

Maria Lucente Ballabio