



Liceo Scientifico San Raffaele
Via Olgettina, 46 – Milano

PROGRAMMA CONSUNTIVO

Materia: Matematica

Classe: 3LS

Docente: Elena Sanvito

Anno scolastico: 2024/2025

Libro di testo adottato:

Bergamini, Barozzi, Trifone – Matematica Blu vol 3– Ed. Zanichelli

Programma svolto:

ALGEBRA:

1. Richiami di algebra – Richiami sulla risoluzione di disequazioni intere e frazionarie di primo grado, secondo grado e grado superiore. Grafico dei segni e grafico di sistema. Dominio e segno di una funzione razionale fratta.
2. Complementi di algebra – Risoluzione di una equazione con valore assoluto intera e frazionaria e di disequazioni con valore assoluto intere e frazionarie. Risoluzione di una equazione irrazionale intera e frazionaria e di disequazioni irrazionali intere e frazionarie. Dominio e segno di una funzione irrazionale.
3. Funzioni – Richiami sulla definizione di funzione; dominio, codominio e insieme immagine, grafico di una funzione; concetto di variabile indipendente e dipendente; funzione iniettiva, suriettiva e biiettiva; funzione inversa e funzione composta. Funzione crescente e decrescente, funzione pari e dispari. Studio approssimativo di funzione.
4. Funzione esponenziale – Definizione di potenza ad esponente irrazionale. La funzione esponenziale : grafico, dominio, insieme immagine e segno della funzione esponenziale, asintoto. Funzione esponenziale e trasformazione dei grafici.
5. Equazioni e disequazioni esponenziali – Equazioni esponenziali elementari del tipo $a^x=b$ e interpretazione grafica della soluzione; equazioni esponenziali del tipo $a^{f(x)}=b^{g(x)}$ ed equazioni risolubili con il metodo della sostituzione. Disequazioni esponenziali elementari del tipo $a^x > b$, $a^x < b$ e interpretazione grafica della soluzione; disequazioni esponenziali del tipo $a^{f(x)} > a^{g(x)}$, $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ e disequazioni risolubili con il metodo della sostituzione. Equazioni e disequazioni risolubili per via grafica. Problemi riconducibili ad equazioni e

disequazioni esponenziali. Modelli di crescita e decadimento risolvibili con funzioni esponenziali. La base e – numero di Nepero.

6. Funzione logaritmica – Definizione di logaritmo, proprietà dei logaritmi, cambiamento di base, calcolo dei logaritmi mediante l'uso della calcolatrice. La funzione logaritmica: grafico, dominio, insieme immagine e segno della funzione logaritmica, asintoto. Condizione di esistenza di un'equazione logaritmica. Funzione logaritmica e trasformazione dei grafici.
7. Equazioni e disequazioni logaritmiche – Equazioni logaritmiche del tipo $\log_a f(x) = b$, equazioni con l'incognita in più logaritmi, equazioni logaritmiche risolubili con il metodo di sostituzione ed equazioni esponenziali risolvibili con i logaritmi. Disequazioni logaritmiche del tipo $\log_a f(x) > b$ e $\log_a f(x) < b$, disequazioni con l'incognita in più logaritmi, disequazioni logaritmiche risolubili con il metodo di sostituzione e disequazioni esponenziali risolubili con i logaritmi. Equazioni e disequazioni risolubili per via grafica. Modelli di crescita e decadimento risolvibili con funzioni logaritmiche

GEOMETRIA ANALITICA:

1. Complementi sulle rette nel piano cartesiano – Richiami sul piano cartesiano; baricentro di un triangolo; vettori nel piano cartesiano: componenti cartesiane, versori, combinazione lineare e prodotto scalare. Equazione implicita della retta, rette parallele e perpendicolari; distanza di un punto da una retta, bisettrici, fasci di rette. Semipiani, semirette, segmenti, angoli e poligoni nel piano cartesiano.
2. Trasformazioni nel piano cartesiano – Simmetrie centrali e assiali, traslazioni e cenni alle dilatazioni. Trasformazioni e grafici di funzioni: $y = f(x + k)$, $y = f(x) + k$, $y = kf(x)$, con applicazioni alle funzioni studiate.
3. Le coniche – Le coniche come intersezione di un cono con un piano.
 - a) Parabola – Definizione di parabola come luogo geometrico. La parabola nel piano cartesiano con asse parallelo all'asse delle ordinate e all'asse delle ascisse; determinazione del vertice, fuoco, asse e direttrice nota l'equazione della parabola e redazione del grafico; equazione della parabola assegnate determinate condizioni; proprietà di una parabola attraverso la lettura del suo grafico; discussione delle proprietà dell'equazione della parabola in funzione di un parametro. Retta tangente alla parabola: determinazione del coefficiente angolare della tangente. Fasci di parabole. Grafico di funzioni irrazionali ad archi di parabola. Problemi di massimo e di minimo.
 - b) Circonferenza – Definizione di circonferenza come luogo geometrico. La circonferenza nel piano cartesiano; determinazione del centro e del raggio nota l'equazione della

circonferenza e redazione del grafico; equazione della circonferenza assegnate determinate condizioni; discussione delle proprietà di una circonferenza dal suo grafico; discussione delle proprietà dell'equazione della circonferenza in funzione di un parametro. Posizione reciproca di retta e circonferenza, retta tangente, formule di sdoppiamento. Posizione reciproca di due circonferenze, asse radicale. Grafico di funzioni irrazionali riconducibili ad archi di circonferenza.

- c) Ellisse – Definizione di ellisse come luogo geometrico. L'ellisse nel piano cartesiano, equazione canonica dell'ellisse con asse coincidente con gli assi cartesiani; determinazione dei vertici e dei fuochi, grafico dell'ellisse nota la sua equazione; eccentricità dell'ellisse; equazione dell'ellisse note alcune condizioni; proprietà di un'ellisse dal suo grafico. Discussione delle proprietà dell'equazione dell'ellisse in funzione di un parametro. Retta tangente all'ellisse in un punto P appartenente all'ellisse. Equazione dell'ellisse con assi paralleli agli assi cartesiani: metodo del completamento del quadrato e condizione di realtà. Grafico di funzioni irrazionali riconducibili ad archi di ellisse.
- d) Iperbole – Definizione di iperbole come luogo geometrico. L'iperbole nel piano cartesiano; equazione canonica dell'iperbole riferita agli assi; determinazione dei vertici reali ed immaginari, dei fuochi e degli asintoti, grafico dell'iperbole nota la sua equazione; eccentricità dell'iperbole; equazione dell'iperbole note alcune condizioni; proprietà di un'iperbole dal suo grafico. Discussione delle proprietà dell'equazione dell'iperbole in funzione di un parametro. Equazione dell'iperbole equilatera, l'iperbole equilatera riferita agli asintoti; funzione omografica. Grafico di funzioni irrazionali riconducibili ad archi di iperbole.

GONIOMETRIA:

Introduzione alla misura degli angoli e angoli in radianti. Corrispondenza tra gradi e radianti. Definizione delle funzioni goniometriche: funzioni seno, coseno tangente. Grafico delle funzioni seno, coseno e tangente: loro proprietà, periodicità. Funzioni goniometriche di angoli fondamentali (0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360°). Angoli associati: supplementari, complementari, che differiscono di un angolo. Teoremi sui triangoli rettangoli. Prima relazione fondamentale; seconda relazione fondamentale. Funzioni goniometriche inverse: arcoseno, arcocoseno, arcotangente, grafico e proprietà. Reciproche delle funzioni goniometriche: cosecante, secante, cotangente. Formula di addizione e sottrazione di seno, coseno, tangente

