PROGRAMMA PREVENTIVO

Materia: Matematica
Classe: V Liceo Scientifico
Docente: Maria Lucente Ballabio
Anno scolastico: 2026/2027
Libro di testo adottato:
Matematica.blu 2.0 - Volume 5 - Bergamini, Barozzi, Trifone; Ed. Zanichelli

OBIETTIVI

- Potenziamento di un uso consapevole del linguaggio specifico proprio della disciplina.
- Consolidamento di una modalità procedurale di tipo logico-deduttivo propria della disciplina.
- Apprendimento di concetti, tecniche e procedure del calcolo infinitesimale, differenziale e integrale.
- Progresso nel rappresentare graficamente funzioni reali di variabile reale a partire dall'espressione analitica unitamente alla capacità di dedurre, a partire dal grafico, caratteristiche e proprietà di funzioni reali a variabile reale.
- Miglioramento nella comprensione, analisi e interpretazione di dati relativi a situazioni problematiche di diverso ambito (analitico, geometrico, probabilistico) con conseguente definizione e scelta della strategia risolutiva più opportuna.
- Capacità di comprendere, spiegare e dimostrare semplici proposizioni di analisi matematica.
- Apprendimento dei principali elementi di geometria analitica nello spazio.
- Sviluppo dell'abilità nella rappresentazione di fenomeni di varia natura tramite funzioni.

SINTESI DEI CONTENUTI

I) ANALISI MATEMATICA

Richiami (funzioni reali di variabile reale): definizione di funzione, dominio, codominio (insieme immagine), segno. Funzioni pari e dispari. Funzioni crescenti e decrescenti. Funzione periodica. Funzione iniettiva, suriettiva, biunivoca. Invertibilità e funzione inversa. Funzione composta. Grafici delle funzioni elementari: potenza, radice, esponenziale, logaritmica, funzioni goniometriche. Deduzione del grafico di una funzione ottenuta da una funzione elementare mediante trasformazioni nel piano (traslazioni, dilatazioni, simmetrie, reciproco). Valore assoluto di una funzione.

- **Calcolo infinitesimale**

Richiami (topologia della retta): insieme $\mathbb{R}$ dei numeri reali. Sottoinsiemi di $\mathbb{R}$: definizione di intervallo con caratteristiche. Concetto di intorno (completo, circolare, destro/sinistro) di un punto. Punti isolati e punti di accumulazione. Significato geometrico di infinito. Estremo superiore ed estremo inferiore/massimi e minimi di un sottoinsieme qualsiasi di numeri reali. Applicazioni alle funzioni reali di variabile reale.

La classe ha affrontato gli argomenti precedentemente elencati al termine dell'anno scolastico precedente.

Limiti**:** concetto di limite, definizione di limite nelle diverse tipologie (finito/infinito al finito/infinito). Verifica dei limiti tramite definizione. Teoremi sui limiti: unicità del limite, permanenza del segno, confronto. Algebra dei limiti. Forme di indecisione di funzioni algebriche polinomiali, razionali fratte, irrazionali. Limiti notevoli. Forme di indecisione di funzioni trascendenti, di funzioni della forma f(x)^g(x), di funzioni esponenziali e logaritmiche. Infinitesimi e infiniti. Gerarchie di infiniti e di infinitesimi.

- **Studio di funzione**

Funzioni continue: definizione di funzione continua in un punto. Condizione di continuità di una funzione in un punto, in un intervallo, nel dominio. Teoremi sulle funzioni continue: esistenza degli zeri, Weierstrass, valori intermedi (Darboux). Applicazioni del concetto di continuità: operazioni tra funzioni continue, funzione inversa (condizione di invertibilità per funzioni continue), funzione composta. Punti di discontinuità/singolari: definizione, classificazione e studio. Asintoti orizzontali e verticali (richiamo). Asintoti obliqui: esistenza e calcolo. Grafico probabile di una funzione.

Derivata: significato geometrico del concetto di derivata di funzione. Rapporto incrementale. Definizione di derivata in un punto. Derivata destra e derivata sinistra. Condizione di derivabilità di una funzione in un punto, in un intervallo, nel dominio. Applicazioni geometriche del concetto di derivata: retta tangente ad una curva. Legame tra continuità e derivabilità. Funzione derivata. Derivate delle funzioni elementari: funzione costante, funzione potenza, funzioni esponenziale e logaritmica, funzioni seno e coseno. Algebra delle derivate: linearità della derivata, derivata del prodotto/quoziente di due funzioni, derivata della funzione reciproca. Derivata della funzione composta. Derivate delle funzioni inverse (tra cui le goniometriche). Punti di non derivabilità: definizione, classificazione e studio. Criterio di derivabilità: teorema del limite della derivata. Derivate successive. Differenziale di funzione con interpretazione geometrica. Applicazioni del concetto di derivata in fisica: velocità, accelerazione, intensità di corrente.

- **Calcolo differenziale**

Teoremi: teorema di Fermat, Rolle, Lagrange (corollari) con dimostrazione. Criterio di derivabilità: teorema del limite della derivata (richiamo) con dimostrazione. Criterio di monotonia per le funzioni derivabili (legame tra crescenza e derivata prima). Teorema di Cauchy e di De l'Hôpital con dimostrazione. Applicazioni dei teoremi del calcolo differenziale.

Massimi, minimi e flessi: definizione di punti di massimo e minimo relativi/assoluti, di massimi e minimi relativi/assoluti, punti stazionari, flessi a tangente orizzontale. Monotonia e derivata prima: condizione necessaria/sufficiente per estremanti relativi. Ricerca di massimi, minimi, flessi a tangente orizzontale tramite analisi dei punti stazionari (in base a derivata prima). Definizione di funzione concava e di funzione convessa, definizione generale di punto di flesso. Classificazione dei punti di flesso. Criterio di concavità per le funzioni (due volte) derivabili (legame tra concavità e derivata seconda). Concavità e derivata seconda: condizione necessaria/sufficiente per punti di flesso. Ricerca di flessi tramite studio del segno della derivata seconda. Metodo delle derivate successive. Problemi di massimo e minimo.

Sintesi dello studio di funzione: schema generale per lo studio di funzioni algebriche/trascendenti. Rappresentazione grafica di una funzione. Passaggio dal grafico di una funzione al grafico della funzione derivata (prima e seconda) e viceversa.

- **Calcolo integrale**

Integrali indefiniti: definizione di primitiva di una funzione. Concetto e definizione di integrale indefinito con proprietà. Linearità dell'integrale indefinito. Integrali indefiniti immediati. Integrale di funzioni composte. Tecniche di integrazione: per sostituzione, integrazione per parti. Integrale di funzioni razionali fratte (distinzione sulla base del grado di num/den). Integrali notevoli.

Integrali definiti: concetto di integrale definito (problema delle aree). Somma integrale superiore, somma integrale inferiore, somma di Riemann: interpretazione geometrica dell'integrale definito. Definizione generale di integrale definito con proprietà. Teorema della media integrale. Funzione integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale (Torricelli-Barrow). Criteri di integrabilità. Applicazioni geometriche degli integrali definiti: calcolo di aree e calcolo di volumi di solidi di rotazione. Integrali impropri.

- **Equazioni differenziali (cenni)**

Equazioni differenziali del primo ordine: $y'=f(x)$, a variabili separabili, lineari

II) PROBABILITÀ

Richiami: spazio campionario, eventi, definizioni di probabilità. Evento contrario, eventi equiprobabili, eventi dipendenti/indipendenti, eventi compatibili/incompatibili. Operazioni tra eventi: somma logica, probabilità condizionata, prodotto logico. Problema delle prove ripetute. Teorema di Bayes: formula di disintegrazione (evento futuro), formula di Bayes (evento passato).

III) GEOMETRIA ANALITICA NELLO SPAZIO

Punti e distanze: sistema di riferimento cartesiano tridimensionale, coordinate di un punto nello spazio, distanza tra due punti, punto medio di un segmento.

Vettori: componenti di un vettore nello spazio. Operazioni tra vettori: somma, differenza, multiplo, prodotto scalare e prodotto vettoriale. Condizione di parallelismo e perpendicolarità tra vettori.

Piano: equazione di un piano nello spazio. Equazione generale del piano (forma implicita/esplicita), equazione di piani particolari. Determinazione dell'equazione di un piano: per tre punti, per un punto con dato vettore normale. Condizioni di parallelismo, perpendicolarità e posizioni reciproche tra piani. Distanza di un punto da un piano.

Retta: equazione di una retta nello spazio. Equazioni generali della retta, equazioni ridotte, equazioni cartesiane con condizione di allineamento (retta passante per due punti), equazioni parametriche. Determinazione dell'equazione di una retta: per due punti, per un punto con dato vettore direzione. Condizioni di parallelismo, perpendicolarità e posizioni reciproche tra rette.

Posizioni reciproche tra retta e piano. Determinazione dei punti di intersezione. Distanza di un punto da una retta.

Sfera e superficie sferica: concetto di superficie e di curva. Equazione di una superficie sferica nello spazio: dati centro e raggio, dati centro e un punto. Determinazione dell'equazione di una superficie sferica nello spazio: per tre punti, per il centro e un punto, per due punti di cui uno il centro. Posizioni reciproche tra sfera e piano, sfera e retta.

METODI E STRUMENTI

- Lezioni frontali basate sul dialogo con lo studente, volte a consolidare le conoscenze, abilità e competenze necessarie allo sviluppo di una buona padronanza degli aspetti fondamentali della disciplina, nell'ottica di migliorare la capacità di gestire le strategie adeguate a risolvere problemi.
- Esercitazioni autonome, a piccoli gruppi e condivise in classe, per consolidare la comprensione e l'assimilazione dei contenuti.

CRITERI DI VERIFICA E DI VALUTAZIONE

- Prove scritte: verifica delle conoscenze, abilità e competenze raggiunte nella disciplina tramite la risoluzione di esercizi/quesiti di diversa difficoltà e tipologia, in modo da mettere in luce comprensione, padronanza, esposizione e applicazione degli argomenti trattati.
  Valutazione: griglia di correzione strutturata con giustificazione della tipologia di errore.
- Prove orali: verifica delle conoscenze e competenze acquisite, della capacità di ragionamento logico-deduttivo sviluppata e del corretto utilizzo del linguaggio matematico.
  Valutazione: griglia di parametri condivisa con il dipartimento di matematica e fisica.

Sia griglia che parametri sono visibili allo studente nel momento della restituzione (scritta o verbale) della prova.

Alla fine di ogni periodo valutativo vengono considerati anche i seguenti fattori:

- Interesse, partecipazione e contributo attivo alle lezioni.
- Impegno, dedizione e puntualità nello svolgimento del lavoro.
- Progresso in termini di conoscenze, abilità e competenze.

Milano, 15/09/2026

La Docente

Maria Lucente Ballabio